

TOMOGRAFİK GÖRÜNTÜLEME YÖNTEMİYLE CİSİMLERİNİN YERİNİN İKİ BOYUTLU DÜZLEMDE ALGILANMASI

SENSING THE LOCATION OF AN OBJECT OVER TWO DIMENSIONAL PLANE USING TOMOGRAPHIC IMAGING METHOD

Musa Hakan ASYALI^{*}, Mehmet DOKUMACI^{**}

Murat ÖZDEN^{***}, Tayfun DALBASTI^{****}

ÖZET

Bu çalışmada dairesel bir hat üzerine yerleştirilmiş olan alıcı-verici sisteminin oluşturduğu alan içindeki bir cismin yerinin tespit edilmesi işlemi anlatılmaktadır. Önce bu işlemin gerçekleştirilmesi için gerekli olan tomografik görüntü oluşturma teorisinden ve görüntü işleme yöntemlerinden daha sonra da bunların uygulamaya dönüştürülmesinden bahsedilecektir. Uygulama kısmı yazılım ve donanım olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Donanım kısmında, ölçüm bölgesindeki objeye ait veriler alıcı-verici sisteminden alınarak 10 bitlik bir analog-sayısal çevirici ile paralel port üzerinden bilgisayara aktarılmaktadır. Alıcı olarak sekiz adet fototransistör, verici olarak da sekiz adet infrared LED kullanılmaktadır. 1'den 8'e demultiplexer kullanılarak vericiler birer saniye aralıklarla aktive edilmektedir. Yazılım kısmında ise paralel port üzerinden verilerin alınması, kaydedilmesi ve donanım kısmının kontrolü QBASIC dilinde yazılan bir program ile yapılmaktadır. Kaydedilen veriler MATLAB ortamında işlenmektedir. Çıkışta 8x8'lik çözünürlüğe sahip bir görüntü elde edilmektedir. Cismin yeri bu görüntü üzerindeki en koyu renkli bölge olarak saptanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Tomografi, Fan Huzmesi Geri- izdüşüm Metodu.

* Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Yaşar Üniversitesi, Bornova 35500, İzmir, musa.asyali@yasar.edu.tr

** Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ege Üniversitesi, Bornova 35100, İzmir, mdokumaci@ieee.org

*** Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Ege Üniversitesi, Bornova 35100, İzmir, murozden@hotmail.com

**** Nöroşirurji Bölümü, Ege Üniversitesi, Bornova 35100, İzmir.

ABSTRACT

In this study, a method for finding the location of an object in an area surrounded by a circularly placed receiver-transmitter array is presented. First, the topographic image reconstruction theory and image processing methods that are used in the study are introduced. Then, the application of the theory to our particular problem is described. Our implementation has two basic components, hardware and software. In the hardware part, projection data is produced by the receiver-transmitter system in the area of measurement that contains the object. These data are transferred to the computer through the parallel port using a 10 bit analog to digital converter. Eight phototransistors and infrared LEDs are used as receivers and transmitters respectively. Receivers are activated consecutively with one second intervals, using by a 1 to 8 demultiplexer. In the software part, control of data receiving process, writing the data to memory and operation of the hardware part is accomplished by a program developed in QBASIC language. Acquired data are processed by in the MATLAB environment. At the output, an 8×8 resolution image is produced. Location of the object is decided according to do darkest area on the image.

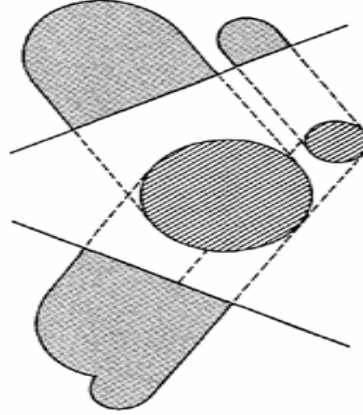
Keywords: Tomography, Fan Beam Back-propagation Method.

1. GİRİŞ

Tomografi, bir cismin, üzerine birçok farklı yönden ışın göndererek cisimden geçen veya yansıyan ışınlarla göre alan-kesit izdüşümlerinden faydalanarak görüntüsünün elde edilmesine denir. Bu teknik daha sonra organların görüntülenmesinde kullanılmış olup modern tıbbın vazgeçilmez uygulamalarından biri olmuştur [1].

Tıptaki kullanımı dışında Bilgisayarlı Tomografi (BT) metodunu kullanan çeşitli alanlar bulunmaktadır. Yeraltı kaynaklarının yerinin tespitinde, bazı özel yapı sağlamlığı testlerinde, hacimsel bir bölgedeki bir parametreye ait yoğunluğun tespitinde ve üç boyutlu görüntüleme yaygın olarak kullanılmaktadır [1].

Temel olarak tomografik görüntüleme, izdüşümlerden (projeksiyonlardan) yararlanarak görüntü oluşturma yöntemiyle yapılmaktadır. Bir açıda elde edilen izdüşüm, cismin görüntüsünün Şekil-1.1'deki [1] gibi o yöndeki parçasını belirtmektedir.



Şekil-1.1 İki daire için farklı açılarda elde edilen iki izdüşüm.

İlk klinik uygulamalı bilgisayarlı beyin tomografisini geliştiren Hounsfield'in kullandığı matematiksel teknikler ile 80×80 'lik çözünürlüğe sahip bir görüntü $1/100$ doğrulukla izdüşümü yöntemleri kullanarak oluşturulmuştur [1]. Uygulamada tomografik görüntüleme metoduyla cisimlerin yerinin algılanması işlemi gerçekleştirilmektedir. Görüntü ise 8×8 'lik çözünürlüğe sahip bir bilgisayar çıktısı olarak elde edilmektedir. Bu işlem için kullanılan matematiksel yöntemler ikinci, yapılan çalışmalar ise üçüncü bölümde açıklanmaktadır.

2. İZDÜŞÜMLERDEN GÖRÜNTÜ OLUŞTURMA YÖNTEMLERİ

İzdüşümlerden görüntü oluşturmak için çeşitli matematiksel yaklaşımlar bulunmaktadır [2]:

1. Yaklaşımsal Yöntemler
2. Analitik Yöntemler

Modern Bilgisayarlı Tomografi(BT)'lerde veri işleme hızının artması ile karmaşık integrallerin çözülebilmesiyle analitik yöntemler tercih edilir olmuştur. Görüntü oluşturmak için kullanılan en yaygın metot yelpaze izdüşümü yöntemidir(fan beam projection).

2.1 Yelpaze İzdüşüm Tekniği ile Görüntü Oluşturma

$R_{\beta}(\gamma)$ Şekil-2.1.1'deki gibi bir "fan" izdüşümünü belirtsin [1]. Burada β , kaynağın referans eksenine yaptığı açığı, γ ise bir huzme içinde ilgilenilen ışının yerini belirtmektedir. SA ışını ele alalım. İzdüşüm verileri paralel ışın seti boyunca üretilirse o zaman SA ışını $P_{\theta}(t)$ gibi bir paralel izdüşümüne ait olur. Burada

$$\theta = \beta + \gamma \quad \text{ve} \quad t = D \sin \gamma \text{ dır.} \quad (1)$$

D , S kaynağı ile O merkezi arasındaki mesafeyi belirlemektedir. Denklem (1)'deki ilişkiler θ açısındaki paralel izdüşümdeki tüm ışınların PQ 'ya dik olduğu düşünülerek çıkarılmıştır. Paralel izdüşüm yöntemiyle görüntü fonksiyonu $f(x,y)$

$$f(x, y) = \int_0^x \int_{-t_m}^{t_m} P_\theta(t) h(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dt d\theta \quad (2)$$

formülünden hesaplanır. Burada t_m t 'nin $P_\theta(t) = 0$ için değeridir. Bu denklem 180° üzerinden paralel izdüşümlerini hesaba katmaktadır. Eğer 360° üzerinden izdüşümler kullanılacaksa bu denklem

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-t_m}^{t_m} P_\theta(t) h(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dt d\theta. \quad (3)$$

şeklinde kullanılmalıdır.

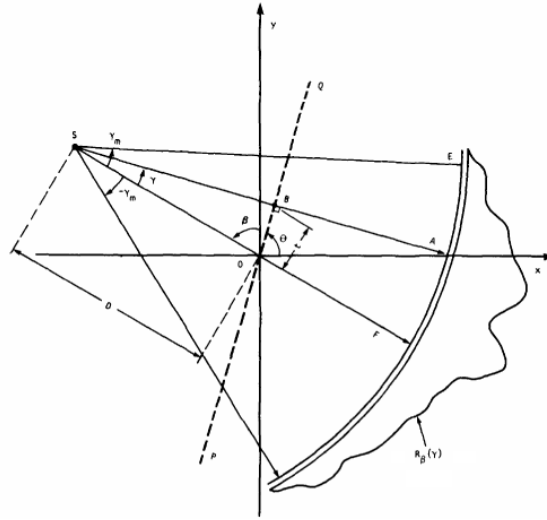
Algoritmanın çıkarılması (x,y) noktasının (Şekil-2.1.2'deki C noktası) polar koordinatlarda (r, ϕ) ,

$$x = r \cos \phi \quad y = r \sin \phi \quad (4)$$

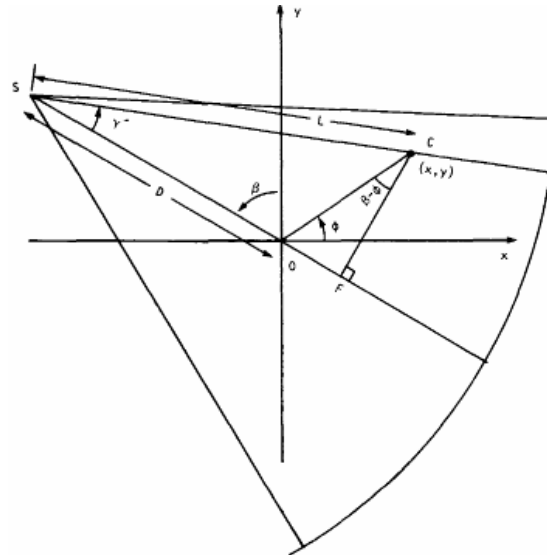
şeklinde ifade edilmesiyle daha kolay hale gelir [1]. Bu durumda (3)'teki ifade

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-t_m}^{t_m} P_\theta(t) h(r \cos(\theta - \phi) - t) dt d\theta \quad (5)$$

şeklinde yazılır [1].



Şekil-2.1.1 Eş açılı "fan" izdüşümü örneği.



Şekil-2.1.2 Eş açılı durumda matematiksel ifadeleri gösteren örnek şekil.

Denklem (1)'deki ilişkiler kullanılarak çift katlı integral γ ve β terimlerine bağlı olarak

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_{-\gamma}^{2\pi-\gamma} \int_{-\sin^{-1}(t_m/D)}^{\sin^{-1}(t_m/D)} P_{\beta+\gamma}(D \sin \gamma) \cdot h(\tau \cos(\beta + \gamma - \phi) - d \sin \gamma) D \cos \gamma d\gamma d\beta \quad (6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $dt d\theta = D \cos \gamma d\gamma d\beta$ olmaktadır. Şimdi (6) denklemini daha yakından inceleyelim.

β üzerinden $-\gamma$ 'dan $(2\pi-\gamma)$ 'ya olan integral 360° 'lik bir aralığı taramaktadır. β 'nın tüm fonksiyonları 2π ile periyodik olduğundan bu limitler sırasıyla 0 ve 2π olarak değiştirilebilir.

Şekil-2.1.1'deki SE ışını için $\sin^{-1}(t_m/D)$ γ 'ya eşittir. O zaman γ değişkeni için alt ve üst integral limitleri sırasıyla $-\gamma_m$ ve $+\gamma_m$ ile değiştirilir. $P_{\gamma+\beta}(D \sin \gamma)$, SA ışını boyunca $P_\theta(t)$ izdüşüm verilerinin integralini göstermektedir. “Fan” izdüşümünde bu ifade $R_\beta(\gamma)$ ile gösterilir. (6) denklemi üzerinde bu değişiklikler yapılmış denklemin

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} R_\beta(\gamma) \cdot h(r \cos(\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma) D \cos \gamma \, d\gamma \, d\beta \quad (7)$$

haline gelir [1].

(7) denklemindeki yeniden kurma (reconstruction) formülünü bilgisayarda gerçekleştirmek için önce h fonksiyonu üzerinde durulacaktır.

İlk olarak, denklem (7)

$$\begin{aligned} r \cos(\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma = \\ r \cos(\beta - \phi) \cos \gamma - [r \sin(\beta - \phi) + D] \sin \gamma \end{aligned} \quad (8)$$

şeklinde değiştirilebilir.

L , S kaynağı ile C gibi bir (x, y) (polar koordinatlarda (r, θ) noktası arasındaki uzaklık olsun. Açıkça görülebilir ki L ; r , θ ve β 'nin bir fonksiyonudur.

$$\begin{aligned} L \cos \gamma' &= D + r \sin(\beta - \phi) \\ L \sin \gamma' &= r \cos(\beta - \phi) \end{aligned} \quad (9)$$

Bir başka deyişle, (r, θ) piksel konumu ve β projeksiyon açısı ile beraber, L ve γ' 'nü ifade edebilmek için yeterlidir:

$$L(r, \phi, \beta) = \sqrt{[D + r \sin(\beta - \phi)]^2 + [r \cos(\beta - \phi)]^2} \quad (10)$$

ve

$$\gamma' = \tan^{-1} \frac{r \cos(\beta - \phi)}{D + r \sin(\beta - \phi)} \quad (11)$$

Denklem (9)'u (8)'de kullanarak h argümanı için

$$r \cos (\beta + \gamma - \phi) - D \sin \gamma = L \sin (\gamma' - \gamma) \quad (12)$$

ifadesi elde edilir. Bunu denklem (7)'de yerine koyarsak

$$f(r, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} R_\beta(\gamma) \cdot h(L \sin (\gamma' - \gamma)) D \cos \gamma d\gamma d\beta \quad (13)$$

ifadesine ulaşılır [1].

Şimdi $h(L \sin(\gamma' - \gamma))$ fonksiyonunu $h(t)$ cinsinden ifade edelim. Burada $h(t)$ frekans domenindeki $|w|$ 'nin ters Fourier Dönüşümüdür:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} |w| e^{j2\pi wt} dw \quad (14)$$

$h(t)$ aynı zamanda filtrelenmiş geri izdüşüm algoritması için kullanılan ideal filtredir. O zaman,

$$h(L \sin \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} |w| e^{j2\pi wL \sin \gamma} dw \quad (15)$$

olur.

$$w' = \frac{wL \sin \gamma}{\gamma} \quad (16)$$

dönüşümünü kullanarak

$$h(L \sin \gamma) = \left(\frac{\gamma}{L \sin \gamma} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} |w'| e^{j2\pi w' \gamma} dw' \quad (17)$$

$$= \left(\frac{\gamma}{L \sin \gamma} \right)^2 h(\gamma) \quad (18)$$

yazılabilir. Bu takdirde (13) nolu denklem

$$f(r, \phi) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{L^2} \int_{-\gamma_m}^{\gamma_m} R_\beta(\gamma) g(\gamma' - \gamma) D \cos \gamma d\gamma d\beta \quad (19)$$

haline gelir. Burada,

$$g(\gamma) = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{\sin \gamma} \right)^2 h(\gamma) \text{ 'dır.} \quad (20)$$

Bilgisayar uygulaması için (19) denklemi ağırlıklı filtrelenmiş geri izdüşüm algoritması (weighthed filtered backprojection algorithm) olarak yorumlanabilir. Bunu gösterebilmek için (19) denklemi yeniden

$$f(r, \phi) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{L^2} Q_\beta(\gamma') d\beta \quad (21)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$Q_\beta(\gamma) = R'_\beta(\gamma) * g(\gamma) \quad (22)$$

ve

$$R'_\beta(\gamma) = R_\beta(\gamma) \cdot D \cdot \cos \gamma \quad (23)$$

olur. Bu durumda bir görüntüyü yeniden oluşturma üç aşamada gerçekleştirilir:

1. Aşama

Her $R_\beta(\gamma)$ projeksiyonunun α örnekleme aralığıyla örneklendiğini kabul edelim. Alınan veriler bu durumda $R_{\beta_i}(n\alpha)$ (n tamsayı) haline gelir. β_i projeksiyonların alındığı açılardır. İlk aşama, $R_{\beta_i}(n\alpha)$ 'dan

$$R'_{\beta_i}(n\alpha) = R_{\beta_i}(n\alpha) \cdot D \cdot \cos n\alpha \quad (24)$$

ile $R'_{\beta_i}(n\alpha)$ 'yı oluşturmaktır. $n = 0$ değeri izdüşüm merkezinden geçen ışını belirtir.

2. Aşama

Her bir modifiye edilmiş $R'_{\beta_i}(n\alpha)$ projeksiyonları $g(n\alpha)$ ile filtrelenmiş izdüşümü verilerinin eldesi için konvol edilir:

$$Q_{\beta_i}(n\alpha) = R'_{\beta_i}(n\alpha) * g(n\alpha) \quad (25)$$

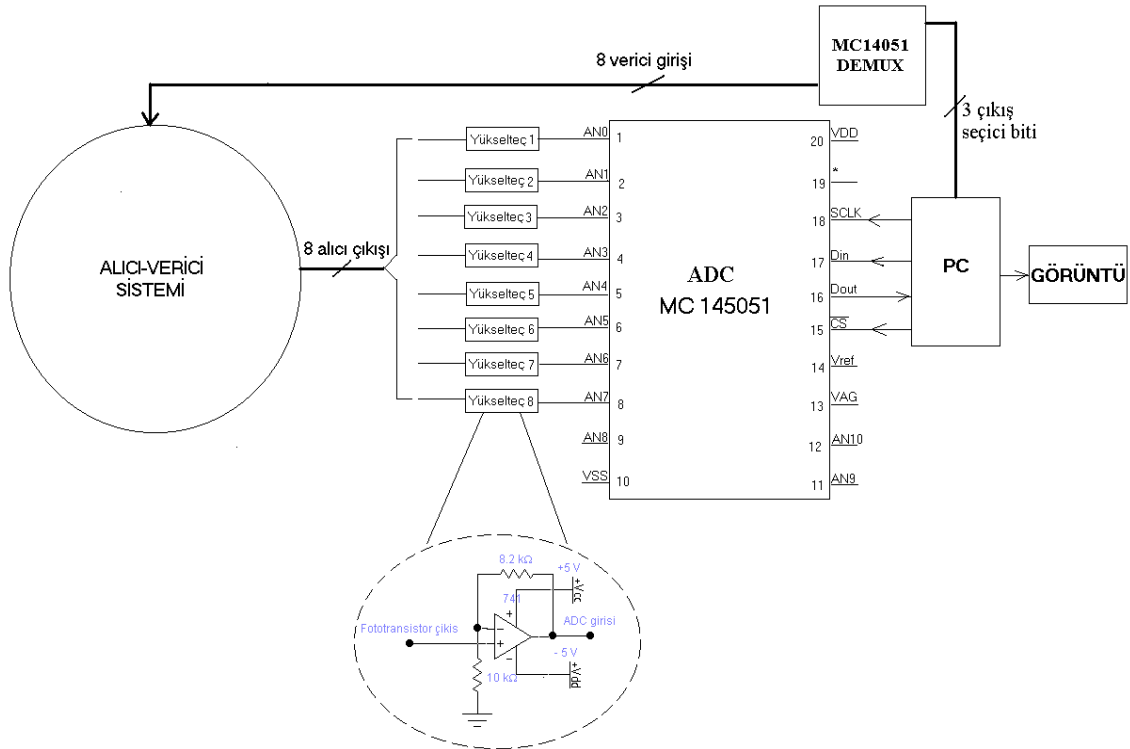
Bu ayrık konvolüsyonu (Discrete Convolution) bir FFT programıyla gerçekleştirebilmek için $R_{\beta i}(n\alpha)$, periyot içi girişim etkilerini önlemek amacıyla yeterli sayıda 0 (sıfır) ile doldurulmalıdır. $g(n\alpha)$, (20) denklemin örnekleriyle

$$g(n\alpha) = \frac{1}{2} \left(\frac{n\alpha}{\sin n\alpha} \right)^2 h(n\alpha) \quad (26)$$

şeklinde verilir. İdeal geri izdüşüm filtresinin örnekleri denklem (27)'de gösterilmektedir.

$$h(n\tau) = \begin{cases} 1/4\tau^2, & n=0 \\ 0, & n \text{ even} \\ -\frac{1}{n^2\pi^2\tau^2}, & n \text{ odd} \end{cases} \quad (27)$$

(27) denkleminde $h(n\alpha)$ bulunup (26)'da yerine konulursa ayrık darbe cevabı (Discrete Impulse Response)



Şekil-3.1 Uygulama sistemin kurulumunu gösteren blok şema.

$$g(n\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{8\alpha^2}, & n=0 \\ 0, & n \text{ is even} \\ \left(\frac{\alpha}{\pi\alpha \sin n\alpha}\right)^2, & n \text{ is odd} \end{cases} \quad (28)$$

olur.

3. Aşama

Bu durumda (21) denklemindeki integral

$$f(x, y) \approx \Delta\beta \sum_{i=1}^M \frac{1}{L^2(x, y, \beta_i)} Q_{\beta_i}(\gamma') \quad (29)$$

toplamı şeklinde ifade edilir. Burada $\gamma'(x, y)$ noktasından geçen ışık demetinin saçılma açısı ve $\Delta\beta = 2\pi/M$ dir ($M =$ alıcı sayısı).

3. DENEYSEL UYGULAMA

Şekil-3.1'de tomografik görüntüleme yöntemiyle cisimlerin yerini algılama da kullanılan bir sistem verilmiştir [3].

Sistem temel olarak alıcı-verici bloğu, veri aktarma bloğu(donanım) ile veri işleme ve görüntüleme(yazılım) bloklarından oluşmaktadır.

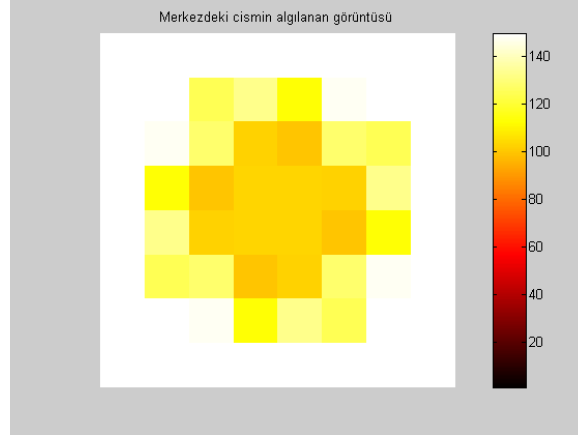
Burada alıcı-verici bloğunda alıcı olarak fototransistörler, verici olarak da infrared LED'ler kullanılmıştır.

Veri aktarma bloğu ise 10 bitlik seri çıkış verebilen bir ADC ile demultiplexer'dan oluşmaktadır. Bu kısmın senkronizasyonu QBASIC paket programında yazılan bir kod ile kontrol edilmektedir [3].

Verilerin işleme kısmı PC'de, MATLAB™ ortamında (Mathworks Inc., Natick, MA, USA) yazılan bir program ile gerçekleştirilmektedir. Programın yazılması bölüm 2.1'de anlatılan teorik aşamaların simüle/test edilmesi ile gerçekleştirilmiştir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

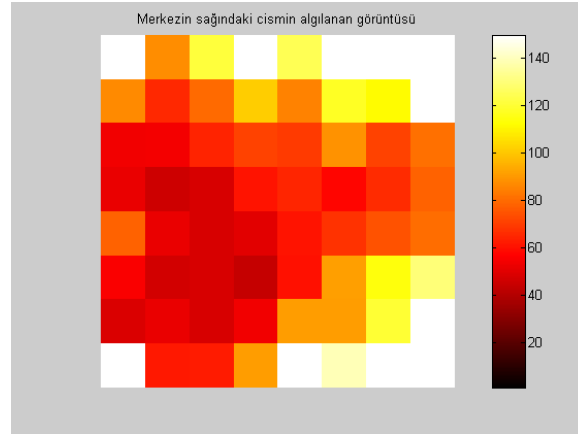
Şekil-3.1'de görülen alıcı verici sistem dairesel bir hat üzerine kurulmuştur. Bu dairenin merkezindeki bir cismin görüntüsü Şekil-4.1'de gibi elde edilmiştir.[3]



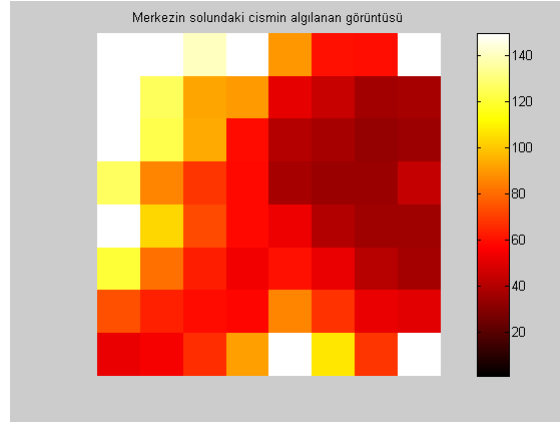
Şekil-4.1 Alıcı-verici sistemin merkezindeki cismin oluşturulan görüntüsü.

Cisim gözlem noktasına göre sağa kaydırıldığında elde edilen görüntüsü Şekil-4.2’de gösterilmiştir [3]. Cisim gözlem noktasına göre sola kaydırıldığında elde edilen görüntüsü Şekil-4.3’te gösterilmiştir.

Şekil-4.1, 4.2, ve 4.3’teki görüntülerdeki en koyu bölge cismin bulunduğu yeri belirtmektedir. Şekil-4.2 ve 4.3’deki görüntülerde koyu bölgeler beklendiği gibi zıt yerlerde görülmektedir.



Şekil-4.2 Gözlem noktasına göre sağdaki cismin oluşturulan görüntüsü.



Şekil-4.3 Gözlem noktasına göre soldaki cismin oluşturulan görüntüsü.

Görüldüğü gibi elde edilen görüntülerin çözünürlüğü cismin yerinin belirlenmesi için yeterli olup fakat şeklinin belirlenmesi için yetersiz kalmaktadır. Cismin şeklinin de belirlenebilmesi alıcı-verici sayısının artırılmasıyla gerçekleştirilebilir. Bu yapıldığı takdirde uygulama, üç boyutlu cisimlerin taranması için kullanılabilir bir duruma gelecektir.

5. KAYNAKLAR

- [1] Avinash C. Kak, Malcolm Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, <http://www.slaney.org/pct/pct-toc.html> Chapter-1, Sayfa 2 ve Chapter-3, Sayfa 77-85.
- [2] İrfan Karagöz, Osman Eroğul. *Tıbbi Görüntüleme Sistemleri*. Haberal Eğitim Vakfı Yayınları, Bölüm-4.2.2, Sayfa 97, 1998.
- [3] Murat Özden, Mehmet Dokumacı. *Tomografik Görüntüleme Yöntemiyle Cisimlerin Yerinin İki Boyutlu Düzlemde Algılanması*, Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, 2001-2002 Bitirme Projesi, Sayfa 28-30.